

Propozycja modyfikacji teorii Griffitha do zadania szczelinowania skały łupkowej

Jerzy Osiński¹, Danuta Miedzińska²

¹Institut Podstaw Budowy Maszyn, Politechnika Warszawska

²Katedra Mechaniki i Informatyki Stosowanej, Wojskowa Akademia Techniczna

email: jerzy.osinski@simr.pw.edu.pl, danuta.miedzinska@wat.edu.pl

STRESZCZENIE: Niniejsze opracowanie dotyczy określenia wpływu lepkości płynu szczelinującego na powstawanie szczeliny w materiale skalnym. Jest to zagadnienie bardzo istotne z punktu widzenia opracowania efektywnej technologii wydobycia gazu z łupków przy użyciu dwutlenku węgla jako płynu szczelinującego. Do tego celu zastosowana została teoria Griffitha oraz metoda elementów skończonych. Podczas szczelinowania skały ciśnienie wewnątrz tworzącej się szczeliny jest powodowane wprowadzeniem cieczy do szczeliny. Opracowano więc model MES dla uwzględnienia wpływu właściwości cieczy na szczelinowanie. Obliczenia wykazały, iż otrzymane maksymalne naprężenie maleje wraz ze wzrostem lepkości i współczynnika tarcia.

SŁOWA KLUCZOWE: teoria Griffitha, lepkość, metoda elementów skończonych

1. Wstęp

Celem niniejszej pracy jest określenie wpływu lepkości płynu szczelinującego na powstawanie szczeliny w materiale skalnym. Jest to zagadnienie bardzo istotne z punktu widzenia opracowania efektywnej technologii wydobycia gazu z łupków przy użyciu CO₂ jako płynu szczelinującego.

Pionierem mechaniki pękania był A. A. Griffith, który badając sposób, w jaki niszczą się materiały sprężysto-kruche, w 1920 r. sformułował dwie fundamentalne zasady [1]:

1. Powiększenie się rozmiaru szczeliny powoduje zwiększenie się powierzchni swobodnej w materiale, to z kolei wymaga pochłonięcia pewnej ilości energii. Energia niezbędna do stworzenia jednostki powierzchni materiału jest stałą materiałową.
2. Praca wykonana nad ciałem przez obciążenie zewnętrzne jest zamieniana na energię sprężystą gromadzoną wewnątrz ciała oraz rozpraszana na tworzenie nowych powierzchni (powiększanie szczeliny).

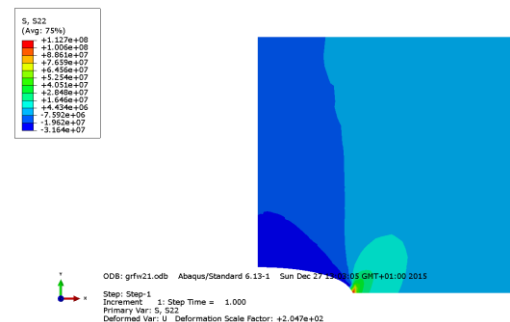
Na tej podstawie można napisać równanie energetyczne, z którego wynika krytyczna długość szczeliny. Poniżej tej długości praca sił zewnętrznych nie wystarcza do przyrostu powierzchni (szczelina nie może się powiększyć). Powyżej tej długości przyrost energii wystarcza na tworzenie nowej powierzchni – szczelina może się powiększać.

2. Naprężenia przy szczelinowaniu

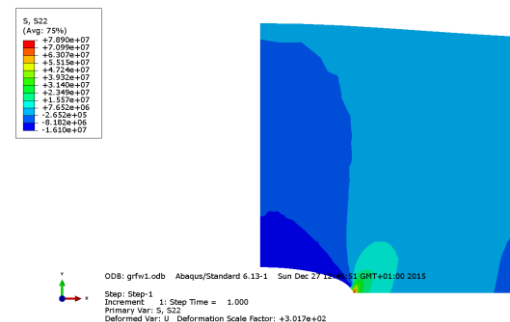
Griffith podał pierwsze rozwiązanie w przypadku tarczy płaskiej z szczeliną eliptyczną o grubości dążącej do zera, obciążonej ciśnieniem rozciągającym. W celu numerycznej ilustracji tego zadania wykonano obliczenie (MES system ABAQUS) jednej czwartej tarczy płaskiej ze szczeliną o zerowej grubości, na krawędziach zadano warunki brzegowe odpowiadające warunkom symetrii. Na rys. 1 przedstawiono naprężenia wzdłuż kierunku rozciągania – wartości naprężeń są prawidłowe z wyjątkiem punktu na wierzchołku szczeliny (punkt osobliwy).

W problemie szczelinowania ciśnienie powodujące pęknięcie jest przyłożone nie na brzegu tarczy, lecz na powierzchni tworzącej się szczeliny – obliczenia wykonano w dwóch przypadkach: tarczy ze swobodnymi brzegami

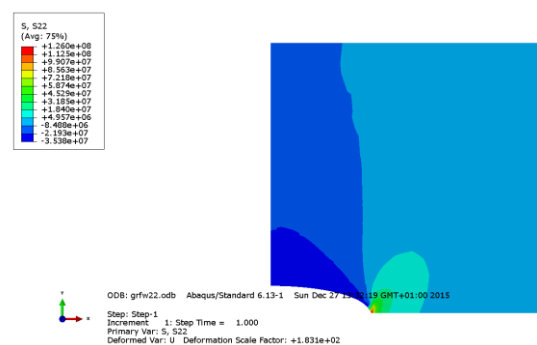
– rys. 2 oraz tarczy z brzegami utwardzonymi odpowiadającymi wycięciu fragmentu z większej skały – rys. 3.



Rys. 1. Naprężenia w tarczy ze szczeliną wg Griffitha



Rys. 2. naprężenia w tarczy ze szczeliną z obciążeniem na jej powierzchni



Rys. 3. naprężenia w tarczy ze szczeliną z obciążeniem na jej powierzchni po utwardzeniu brzegów modelu

Widoczne jest, że rozkład naprężeń jest bardzo zbliżony – można więc wykorzystać przypadek z rysunku 3 do oceny kryterium pęknięcia wg Griffitha. Ciśnienie na brzegu utwierdzonym zostało przyjęte tak, aby energia po odkształceniu tarczy z szczeliną była taka sama jak w przypadku wg rys.1.

3. Model MES

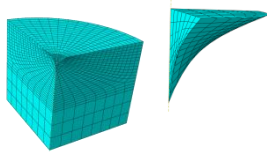
Podczas szczelinowania skały ciśnienie wewnątrz tworzącej się szczeliny jest powodowane wprowadzeniem cieczy do szczeliny – opracowano model dla uwzględnienia wpływu właściwości cieczy na szczelinowanie. Na rys. 4 przedstawiono model – jedna czwarta walca wyciętego ze skały łupkowej, na obu płaszczyznach przekroju wprowadzono warunki brzegowe odpowiadające warunkom symetrii, zewnętrzna powierzchnia walcowa została utwierdzona. W środku od góry do wysokości kreski (utworzonej dla wprowadzenia partycji) jest szczelina o zerowej grubości, zakończona od góry lejkowatym wejściem, w którym jest umieszczony fragment cieczy szczelinującej wciskany do szczeliny. Przyjęto, że skała łupkowa jest opisana materiałem sprężystym o właściwościach [1]: $E=3 \cdot 10^{10}$, $\nu = 0,2$, $\rho = 5000 \text{ kg/m}^3$. Do opisu części wciskanej przyjęto materiał hiperelastyczny o właściwościach odpowiadających cieczy – bardzo małej sztywności postaciowej i dużej objętościowej, – przyjęto model Mooneya-Rivlina ze współczynnikami: $C_{01} = C_{10}=1$, $D_1 = 1 \cdot 10^{-10}$ [2-6]. W tym materiale przyjęto również tłumienie – współczynnik uzależniono od lepkości w przedstawiony poniżej sposób, korzystając z podstawowych zależności z mechaniki płynów [7-10]. Strata ciśnienia w przepływie cieczy lepkiej jest określona wzorem Hagena-Poiseuille'a:

$$p = \frac{8\pi\mu l}{A} \cdot v \quad (1)$$

gdzie: p – ciśnienie, μ – lepkość dynamiczna, l – długość kanału, A – pole przekroju poprzecznego kanału, v – prędkość przepływu. Po przekształceniu otrzymujemy wzór w postaci:

$$pA = 8\pi\mu l v \quad (2)$$

Gdzie wyrażenie $8\pi\mu l$ określa współczynnik tłumienia



Rys. 4. Model do zadania szczelinowania

Przyjęto do obliczeń model tłumienia Rayleigha (tłumienie proporcjonalne). Ze względu na stosowanie w obliczeniach metody EXPLICIT, w której stosowana jest diagonalna macierz bezwładności, celowe jest stosowanie macierzy tłumienia z wyrazem proporcjonalnym do macierzy bezwładności (pierwszego składnika we wzorze z stałą α). Należy więc przyjąć współczynnik tłumienia w postaci:

$$c = \alpha m \quad (3)$$

czyli:

$$\alpha = \frac{c}{\rho v} = \frac{8\pi\mu l}{\rho A l} = \frac{32\nu}{d^2} \quad (4)$$

w ostatnim zapisie wykorzystano zależność pomiędzy lepkością dynamiczną i kinematyczną oraz wzór na pole

powierzchni koła. Widoczne jest, że współczynnik tłumienia rośnie z lepkością i zmniejszaniem średnicy kanału. Przyjmując, że wymiar kanału jest przyjęty na poziomie granicznym dla mikrospękania wg [1] wynoszącym 0,1 mm otrzymano wartości dla następujących płynów szczelinujących:

– dwutlenek węgla w stanie nadkrytycznym:

$$\alpha = \frac{32\nu}{d^2} = \frac{32 \cdot 0,0007 \cdot 10^{-4}}{(1 \cdot 10^{-4})^2} = 224$$

– woda:

$$\alpha = \frac{32\nu}{d^2} = \frac{32 \cdot 0,0099 \cdot 10^{-4}}{(1 \cdot 10^{-4})^2} = 3168$$

– olej:

$$\alpha = \frac{32\nu}{d^2} = \frac{32 \cdot 0,46 \cdot 10^{-4}}{(1 \cdot 10^{-4})^2} = 147200$$

Współczynniki tarcia przyjęto odwrotnie do lepkości – dla oleju 0,005, wody 0,15 i dwutlenku węgla 0,04.

Stosowano dwie możliwości obciążenia: ciśnieniem o wartości 10MPa lub zadawano prędkość początkową 10m/s.

Ważniejsze znaczenie ma wprowadzanie prędkości początkowej, – ponieważ można oszacować prędkość dopływu cieczy na końcu kanału.

4. Wyniki i wnioski

Korzystając z [1] można przyjąć, że naprężenie rozrywające powinno przekroczyć wartość wytrzymałości na rozciąganie – przyjęto 20 MPa. Obliczenia wykazały, że przy wciskaniu dwutlenku węgla otrzymano maksymalne naprężenie 40,5 MPa, a więc wystarczające do powiększania szczeliny. Wartość naprężenia ta maleje w przypadku innych płynów, dla oleju do 11,6 MPa. Można, więc wnioskować, że najlepiej szczelinować dwutlenkiem węgla. Wyniki wskazują na możliwe do przewidzenia wnioski – otrzymane maksymalne naprężenie maleje ze wzrostem lepkości i współczynnika tarcia.

Praca została wykonana w ramach projektu BG2/DIOX4SHELL/14 finansowanego przez NCBR.

Literatura

- [1] *Mechanika Techniczna, mechanika skal i gruntów* pod redakcją Igora Kisiela Monografia mechaniki i Fizyki Ośrodków Ciągłych PAN, PWN Warszawa 1982.
- [2] Boczkowska A., Babski K., Osiński J., Żach P., *Modelowanie charakterystyki przy ściskaniu oraz właściwości użytkowe materiałów poliuretanowych stosowanych w budowie maszyn*, POLIMERY 7/8 tom LIII, 2008, s. 544-550.
- [3] Andrzejuk A., Jungowski A., *Badania doświadczalne materiałów hiperelastycznych w szerokim zakresie temperatur*, praca magisterska, Politechnika Warszawska, 2007.
- [4] Boczkowska A., Żach P., *Budowa materiałów uretanowych*, Dwumiesięcznik Techniczno-Informacyjny Tworzywa Sztuczne i Chemia, nr 1(44)/2009, s. 24-27, styczeń – luty 2009 r.
- [5] Ward I. M., *Mechanical properties of solid polymers*, Wiley, New York 1971, pp. 375 (wydanie polskie: *Mechaniczne własności polimerów*, jako tworzyw konstrukcyjnych, PWN Warszawa 1975).
- [6] Dudziak M., Mielniczuk J., *Nieklasyczne modele materiałów w projektowaniu maszyn*, Wydawnictwo Instytutu Technologii Eksploatacji, Radom 2001.
- [7] Orzechowski Z., Prywer, Zarzycki R., *Mechanika płynów w inżynierii środowiska*, WNT Warszawa, 1997.
- [8] Osiecki A., *Hydrostatyczny napęd maszyn*, WNT Warszawa, 1998.
- [9] Gryboś R., *Podstawy mechaniki płynów w inżynierii środowiska*, PWN Warszawa, 1998, część I i II.
- [10] Mitoszek M., *Mechanika płynów w inżynierii środowiska*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 1999.