

Materiały cyfrowe - identyfikacja parametrów modeli numerycznych

Jarosław Mańkowski¹, Jakub Lipnicki

¹Zakład Techniki Wytwarzania, Instytut Podstaw Budowy Maszyn, Politechnika Warszawska
email: jaroslaw.mankowski@simr.pw.edu.pl

STRESZCZENIE: Autorzy niniejszego artykułu podjęli próbę identyfikacji parametrów numerycznych modeli materiałów nazywanych cyfrowymi. Materiały te są rodzajem kompozytu powstającego w trakcie wytwarzania produktu w drukarkach 3D wykorzystujących technologie PolyJet Matrix i Triple-Jet. Dzięki układowi kilku głowic drukarki, nowy materiał powstaje na skutek mieszania materiałów o diametralnie różnych właściwościach, bezpośrednio w trakcie tworzenia pojedynczej warstwy wyrobu. Powstający w ten sposób nowy materiał ma właściwości zależne od właściwości materiałów bazowych i ich proporcji. Charakterystyki rozciągania są najczęściej nieliniowe i kwalifikują się do opisu za pomocą modeli materiałów hipersprężystych. Na podstawie wyników prób rozciągania przeprowadzono identyfikację modeli materiałów, ich parametrów oraz zbadano kryterium stabilności Drucker'a. Analizie poddano 14 różnych materiałów.

SŁOWA KLUCZOWE: materiały cyfrowe, hipersprężyste, identyfikacja modeli, MES, druk 3D, PolyJet Matrix

1. Wprowadzenie

Od kilku lat, w jednych z najnowszych technologii druku 3D: min. PolyJet Matrix, pojawiło się pojęcie „materiały cyfrowe” (digital materials). Materiały te są rodzajem kompozytu powstającego bezpośrednio w trakcie wytwarzania produktu w drukarkach 3D wykorzystujących wymienione technologie. Dzięki układowi kilku głowic drukujących, w wyniku „nastrzeliwania” dwóch lub trzech komponentów (materiałów bazowych) w ściśle określony sposób, powstaje pojedyncza warstwa utrwalonego materiału, którego właściwości są inne niż materiałów bazowych. Drukarki 3D pracujące w technologii PolyJet Matrix oraz Triple-Jet umożliwiają przetwarzanie kilku materiałów jednocześnie w jednym procesie druku, co przekłada się na niespotykaną dotąd łatwość w tworzeniu obiektów, których przekroje posiadają zmienne właściwości fizyczne. Każdy materiał cyfrowy powstaje, jako kombinacja podstawowych żywic wykorzystywanych w technologii PolyJet.

2. Modele materiałów hipersprężystych

Jak już wspomniano, większość uzyskiwanych w ten sposób materiałów posiada charakterystyki hipersprężyste, co oznacza silnie nieliniowy związek pomiędzy naprężeniami i odkształceniami. W związku z tym, wyznaczenie modeli konstytutywnych może być przeprowadzone przy wykorzystaniu jednej z metod opisanych w pracach [1, 2].

Pierwszym sposobem jest podejście na drodze mechaniki statystycznej zagłębiające się w strukturę molekularną materiału na podstawie przyjętych modeli struktury materiału. Z drugiej strony możliwe jest budowanie matematycznego opisu zachowania materiału bez uwzględniania budowy jego struktury. Jest to podejście wynikające z mechaniki ośrodka ciągłego, polegające na wyznaczeniu modelu funkcji energii odkształcenia opartego na deformacji materiału i na jej podstawie stworzenie opisu zależności pomiędzy naprężeniami i odkształceniami.

Skupiając się na drugim sposobie, można stwierdzić, że materiał hipersprężysty poddany odkształceniu posiada energię odkształcenia (potencjał sprężysty W). Istnieje wiele różnych modeli opisujących postać funkcji W , może być ona zależna od różnych tensorów: deformacji lub odkształcenia, przez co otrzymuje się równania

konstytutywne różnych postaci. Funkcja energii odkształcenia zależna jest jedynie od obecnego stanu odkształcenia, a nie od historii przebiegu odkształcania [3].

Jeżeli badany materiał jest materiałem izotropowym wtedy do opisu właściwości danego materiału można posłużyć się funkcją energii odkształcenia W wyrażoną przez niezmienniki tensora odkształcenia I_1, I_2, I_3 .

Potencjał sprężysty może zostać również opisany przy użyciu rozciągnięć właściwych λ , będących stosunkiem całej długości elementu poddanego deformacji do jego długości początkowej. Wprowadzając rozciągnięcia właściwe dla trzech kierunków głównych $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ uzyskuje się postać niezmienników tensora odkształcenia (2) [4], co pozwala na opis energii odkształcenia przy użyciu rozciągnięć właściwych (1).

$$\begin{aligned} I_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \\ I_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2 \\ I_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \end{aligned} \quad (1)$$

$$W = W(\lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^2) \quad (2)$$

Przekształcając funkcję (2) w szereg Taylora otrzymujemy ogólną postać energii odkształcenia, potencjału sprężystego materiału nieliniowo-sprężystego (3).

$$W = \sum_{i,j,k=0}^{\infty} C_{ijk} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j (I_3 - 3)^k \quad (3)$$

Uwzględniając fakt, iż badane materiały można traktować, jako nieściśliwie ogólny wzór na energię odkształcenia przyjmuje postać (4), w której współczynniki C_{ij} stanowią parametry materiałowe.

$$W = \sum_{i,j=0}^{\infty} C_{ijk} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (4)$$

Powyższy wzór na przestrzeni lat modyfikowany był do mniej lub bardziej skomplikowanych form, poprzez wprowadzanie różnej liczby parametrów opisujących zachowanie materiału [1]. W pracy testowano wiele znanych modeli zaimplementowanych w systemie Abaqus

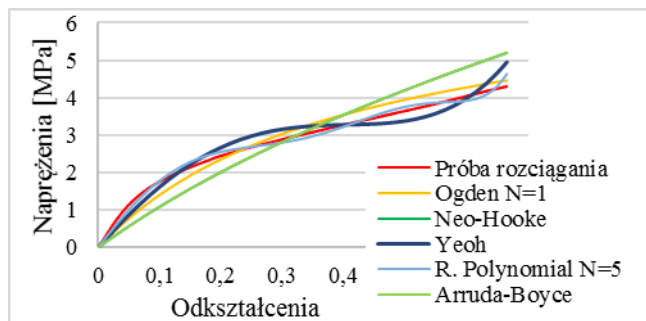
(ver. 6.13) [5]. Były to modele: Polynomial, Reduced Polynomial, Ogden, Van der Waals, Marlow.

3. Identyfikacja parametrów modeli

Identyfikacje współczynników wymienionych wcześniej modeli numerycznych przeprowadzono na podstawie wyników badań zaprezentowanych w pracy [6]. Są to wyniki jednoosiowego rozciągania próbek płaskich. Zbadanych zostało czternaście różnych materiałów cyfrowych utworzonych poprzez zmieszanie ze sobą żywic o własnościach sztywnych – VeroWhite oraz żywic cechujących się wysoką elastycznością (materiał gumopodobny) – TangoBlack. Uzyskano w ten sposób siedem materiałów bazujących na materiale TangoBlack tworzących grupę materiałów o nazwie przemysłowej Tango, charakteryzujących się nieliniową sprężystością oraz zdolnością do osiągnięcia dużych odkształceń sprężystych (materiały hipersprężyste). Siedem kolejnych materiałów utworzonych zostało na bazie żywic VeroWhite uzyskując w ten sposób grupę nazwaną materiałami Vero. Materiały Vero, w odróżnieniu od materiałów Tango, cechują się charakterystykami bardziej zbliżonymi do materiałów liniowych oraz osiągają znacznie niższe wartości odkształceń sprężystych [6, 7].

Na podstawie uzyskanych charakterystyk [6] przeprowadzono identyfikację współczynników modeli potencjałów sprężystych, ograniczając się do wielomianów maksymalnie piątego rzędu. Kolejnym etapem były analizy stabilności zidentyfikowanych modeli z wykorzystaniem kryteriów Drucker'a [5, 8]. Materiały (ich modele), które spełniają te kryteria, na ogół dobrze nadają się do analiz numerycznych, a te które ich nie spełniają, mogą powodować problemy z uzyskaniem zbieżności rozwiązania lub uzyskaniem prawidłowego wyniku. Kryteria te pozwalają na ocenę zakresu odkształceń, dla których zidentyfikowany model może pracować prawidłowo, a poza którym należy się spodziewać problemów.

Kolejnym etapem była ocena zbieżności wyników uzyskanych z analiz numerycznych dla zidentyfikowanych modeli z wynikami uzyskanymi z rzeczywistej próby rozciągania, co było konieczne pomimo spełnionych kryteriów Drucker'a (rys. 1).



Rys. 1. Przykład przedstawiający charakterystyki przedstawiające przebiegi modeli stabilnych w pełnym zakresie odkształceń

4. Podsumowanie

W pracy zbadano materiały pochodzące z dwóch grup. Grupa pierwsza, siedem materiałów nazwanych Tango, o charakterystykach silnie nieliniowych, osiągających

granice wytrzymałości przy dużych wartościach odkształceń sięgających 180%. Drugą grupę nazwaną materiałami Vero reprezentowało siedem materiałów o charakterystykach zbliżonych do materiałów liniowo sprężystych, maksymalne odkształcenia na poziomie 5%.

W przypadku materiałów z grupy Vero najlepsze wyniki osiągnięto stosując model potencjału sprężystego Marlow. Stwierdzono, że dla małych odkształceń można również z powodzeniem stosować zwykłe modele liniowo-sprężyste identyfikując tylko moduł Younga oraz współczynnik Poissona.

Do materiałów z grupy Tango, najmniej dokładne odwzorowanie rzeczywistego rozciągania uzyskano dla materiału Tango95 opisanego za pomocą modelu Reduced Polynomial piątego rzędu (tab. 1).

Tabela 1. Materiał Tango 95 – współczynniki modelu potencjału sprężystego Reduced Polynomial N=5

i	D_i	C_{i0}	C_{i1}	C_{i2}	C_{i3}	C_{i4}	C_{i5}
1	0	3.62863636	0	0	0	0	0
2	0	-7.01771558	0	0	0		
3	0	13.2796054	0	0			
4	0	-12.1664015	0				
5	0	4.22114402	0				

W pozostałych przypadkach najlepsze rezultaty osiągnięto dla modeli: Tango 85 – Ogden N=3, Tango70 - Reduced Polynomial N=5, Tango60 – Ogden N=3, tango50 – Ogden N=4, Tango 40 oraz TangoBlack – Van der Waals. We wszystkich przypadkach przyjęto założenie, że są to materiały gumo-podobne i można je traktować jako całkowicie nieściśliwe. Stąd wartości współczynników D wszystkich modeli potencjałów są zerowe. W przypadku modeli Reduced Polynomial ze względu na ich zredukowaną formę jedynie wartości współczynników C_{i0} osiągają wartości niezerowe, co jest spowodowane pominięciem wpływu drugiego niezmiennika tensora deformacji. Ponieważ do wyznaczania współczynników zastosowano dane pochodzące jedynie z prób jednoosiowego rozciągania, parametry modelu Van der Waalsa również zostają ograniczone jedynie do zależności od pierwszego niezmiennika tensora deformacji.

Literatura

- [1] Boyce M.C., Arruda E.M., *Constitutive models of rubber elasticity: a review*, Rubber Chemistry and Technology, 73, 2000, str. 504-523
- [2] Guo Z., Shuys L.J., *Constitutive modeling of hyperelastic rubber-like materials*, Heron, 53, 2008, str. 109-132
- [3] Guo Z., *Computational Modelling of Rubber-like Materials under Monotonic and cyclic load*, Delft University of Technology, Netherlands, 2006
- [4] Boyce M.C., Arruda E.M., *A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials*, Journal of The Mechanics And Physics of Solids, str. 389-412, 1993
- [5] Dassault Systemes , *Abaqus 6.13 online documentation*, <http://license.mech.northwestern.edu:2080/v6.13/index.html>, 15.12.2015 – 07.06.2016
- [6] Łąpieś Z., Zrodowski Ł., Siemiński P., *Mechanical And Microstructural Analysis of PolyJet Matrix Digital Materials*, Methods & Tools for CAE – concepts and applications, international conference, Bochnia, 2015
- [7] Bibus Menos, *Karta techniczna materiałów PolyJet Q1*, 2013, źródło: www.bibusmenos.pl, 12.01.2016
- [8] Jemiolo S., *Studium hipersprężystych własności materiałów izotropowych, modelowanie i implementacja numeryczna*, Prace Naukowe Budownictwo z. 140, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2002