

XVI Konferencja Naukowo-Techniczna

TK12022

TECHNIKI KOMPUTEROWE W INŻYNIERII

18–21 października 2022

Czułość na imperfekcje ściskanych powłok wykonanych z materiału gradientowego – studium numeryczne

Zbigniew Kołakowski¹, Andrzej Teter²

¹Katedra Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji K12, Wydział Mechaniczny, Politechnika Łódzka

²Katedra Mechaniki Stosowanej, Wydział Mechaniczny, Politechnika Lubelska

email: zbigniew.kolakowski@p.lodz.pl, a.teter@pollub.pl

STRESZCZENIE: W pracy rozważono dwa przypadki ułożenia faz ceramika-metal względem powierzchni środkowej. W szczegółowych analizach przyjęto, że krawędzie powłok są podparte przegubowo. Dodatkowo pominięto obciążenia termiczne oraz przyjęto, że materiał gradientowy podlega prawu Hooke’a. Stosując pierwszy rząd przybliżenia nieliniowej teorii Byskova-Hutchinsona wyznaczono wartości nośności odpowiadającej obciążeniu krytycznemu konstrukcji rzeczywistej z imperfekcjami. W symulacjach numerycznych założono, że obciążenie krytyczne powłok rzeczywistych (tzn. z imperfekcjami) jest obciążeniem niszczącym. W obliczeniach została wykorzystana autorska metoda analityczno-numeryczna (ANM). Wszystkie rozwiązania walidowano metodą elementów skończonych.

SŁOWA KLUCZOWE: FGM, MES, stan graniczny, wrażliwość na imperfekcje, teoria Koitera, utrata stateczności, wyboczenie

1. Wprowadzenie

W literaturze istnieje bardzo wiele prac poświęconych konstrukcjom cienkościennym wykonanym z FGMu, poddanych obciążeniom mechanicznym i/lub termicznym. Wśród nich znacząca grupa podejmuje problematykę stateczności powłok wykonanych z materiału gradientowego [1-6]. W pracy [7] metodą elementów skończonych przeanalizowano wpływ dwóch przypadków ułożenia faz ceramika-metal względem powierzchni środkowej powłoki na zakrytyczne ścieżki równowagi. W pracy [8] na podstawie nieliniowej asymptotycznej teorii Koitera wykazano, że w płytach wykonanych z FGM lokalne postaci mają asymetryczne stabilne ścieżki równowagi. Poziom całkowitej energii wewnętrznej odkształconej płyty odpowiadający ugięciu płyty w kierunku ceramiki jest niższy niż dla ugięcia w kierunku metalu.

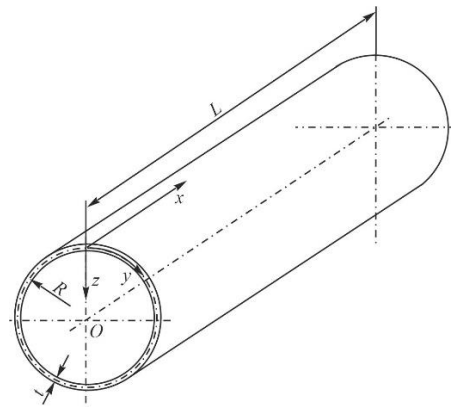
2. Postawienie problemu

Swobodnie podparta powłoka walcowa (rys. 1) jest wykonana z materiału gradientowego podlegającego prawu Hooke’a. Własności mechaniczne FGMu zmieniają się liniowo. Powłoka jest równomiernie ściskana na końcach. Obciążenia termiczne pominięto. Przyjmując dokładne zależności geometryczne w ramach teorii Byskova-Hutchinsona, bezwymiarowe skrócenie powłoki Δ/Δ_{\min} w funkcji bezwymiarowego naprężenia ściskającego σ/σ_{\min} można zapisać w postaci:

$$\frac{\Delta}{\Delta_{\min}} = \frac{\sigma}{\sigma_{\min}} \left[1 + \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{a0}} \sum_{r=1}^J \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_r} \bar{a}_r \zeta_r (0.5\zeta_r + \zeta_r^*) \right] \quad (1)$$

gdzie: Δ_{\min} – skrócenie wywołane naprężeniem własnym σ_{\min} , ζ_r – bezwymiarowe ugięcie, ζ_r^* – bezwymiarowe ugięcia wstępne oraz \bar{a}_0 , \bar{a}_r – współczynniki wyznaczone w ramach nieliniowej teorii Byskova-Hutchinsona.

W celu walidacji powyższych rozwiązań przeprowadzono symulacje numeryczne MES (pakietem Abaqus). Połowy powłok modelowano elementem powłokowym typ S8R. W pierwszej fazie obliczeń rozwiązano zadanie własne po czym stosując metodę Riksa rozwiązano nieliniowe zadanie stateczności.



Rys. 1. Zarys powłoki walcowej z wymiarami

3. Wyniki symulacji numerycznych

Szczegółowe symulacje prowadzono dla powłoki walcowej o promieniu 200 mm, długości 400 mm oraz grubości 1 mm wykonanej z materiału gradientowego Al. TiC. Stałe materiałowe: moduły Young’a dla aluminium 69 GPa oraz 480 dla TiC, odpowiednie liczby Poissona 0,33 oraz 0,20. Materiał gradientowy modelowano jako laminat o 20 warstwach. W obliczeniach numerycznych przyjęto dwa przypadki: Case 1 – gdy ceramika (TiC) jest wewnątrz powłoki, zaś metal (Al) na zewnątrz oraz Case 2 – odwrotnie.

W tabeli 1 przedstawiono wartości naprężeń

bifurkacyjnych wraz z podaną liczbą półfal w kierunku wzdłużnym m . Najmniejsze wartości obciążeń bifurkacyjnych dla trzech rozpatrywanych postaci wyboczenia otrzymano dla Case 2. Wartości własne wyznaczone metodą elementów skończonych MES różnią się maks. 2% od wartości własnych wyznaczonych metodą analityczno-numeryczną ANM (tab. 1).

Tabela 1. Naprężenia bifurkacyjne w MPa

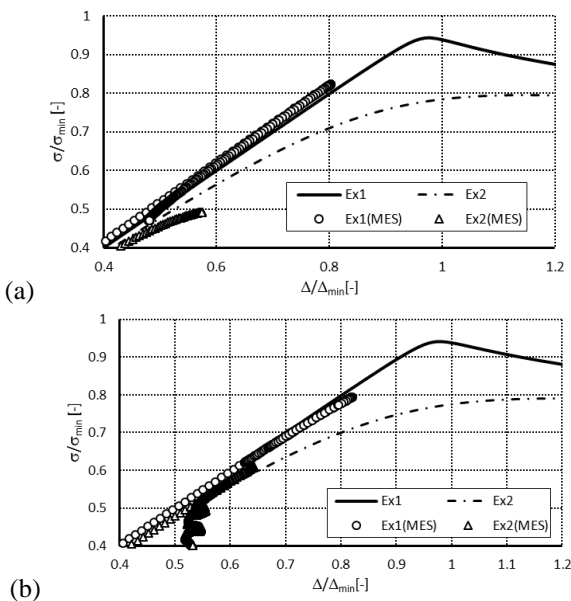
Case	$\sigma_1(m=19)$		$\sigma_2(m=9)$		$\sigma_3(m=1)$	
	ANM	MES	ANM	MES	ANM	MES
1	781,8	779,9	766,7	780,0	747,5	743,5
2	729,3	728,1	713,4	728,2	696,2	700,1

W tabeli 2 podano wartości nośności w ramach pierwszego rzędu nieliniowego przybliżenia przy uwzględnieniu sprzężonego oddziaływania pierwszych trzech postaci. Wartości tych nośności odpowiadają obciążeniu krytycznemu konstrukcji z imperfekcjami. W rozważaniach przyjmowano dwa poziomy imperfekcji: Ex1 – $\zeta_r^* = |0,01|$ oraz Ex2 – $\zeta_r^* = |0,1|$.

Tabela 2. Bezwymiarowa nośność powłoki: σ_s/σ_3 – podejście trójmodalne dla różnych wartości imperfekcji

Case	Ex1 – $\zeta_r^* = 0,01 $		Ex2 – $\zeta_r^* = 0,1 $	
	ANM	MES	ANM	MES
1	0,942	0,822	0,776	0,491
2	0,942	0,793	0,772	0,609

Na rysunku 2 pokazano ścieżki równowagi dla interakcyjnego oddziaływania trzech postaci i dwóch poziomów imperfekcji. Wzajemne oddziaływanie niesymetrycznych pokrytycznych ścieżek dla rozpatrywanej FG powłoki jest mało widoczne. Oddziaływanie przyjętego sposobu rozkładu FGM ma zauważalne oddziaływanie na wartości obciążeń bifurkacyjnych.



Rys. 2. Ścieżki równowagi: (a) Case1, (b) Case 2

W celu weryfikacji wyników ANM zakrytyczne ścieżki równowagi oraz wartości nośności powłok walcowych wyznaczono także metodą elementów skończonych MES.

Rozwiązania nieliniowego zadania stateczności otrzymane obiema metodami (i.e., ANM oraz MES) są zgodne jakościowo, ale różnią się ilościowo. Wartości nośności granicznej wyznaczone MES są niższe. Wyjaśnienie tego zjawiska związane jest z zastosowaną metodą. W metodzie analityczno-numerycznej pomija się wpływ pozostałych postaci. Podczas gdy w metodzie MES uwzględniamy wszystkie postaci. W MES po osiągnięciu punktu granicznego nie sposób znaleźć stateczną ścieżkę równowagi. Algorytm Riksa w sposób ciągły zmniejsza obciążenia wyznaczając niestateczną ścieżką równowagi i traci zbieżność.

4. Podsumowanie

Przedstawione wyniki mają charakter poznawczy. Wyznaczenie pełnych zakrytycznych ścieżek równowagi wymaga uwzględnienia drugiego rzędu przybliżenia teorii Byskova-Hutchinsona lub wykorzystanie MES w celu weryfikacji przedstawionych tutaj wyników. Walidację uzyskanych wyników metodą analityczno-numeryczną przeprowadzono metodą elementów skończonych. Porównując wyniki obu metod stwierdzono, że są w pełni zgodne jakościowo oraz ilościowo. Wartości obciążeń granicznych w metodzie MES są niższe. Dodatkowo zaobserwowano, że w tej metodzie znak imperfekcji nie ma wpływu na nośność rozważanej powłoki. Można to uogólnić i stwierdzić, że zaburzając skończoną liczbę w postaci otrzymamy identyczną ścieżkę i wartość nośności granicznej. Wyjaśnienie tego zjawiska związane jest z zastosowaną metodą. W metodzie analityczno-numerycznej analizuje się tylko wybrane postaci i pomija się wpływ pozostałych postaci. W metodzie elementów skończonych zaburzamy imperfekcjami wybrane postaci, ale w analizie uwzględniamy wszystkie.

W przypadku omawianych powłok wykonanych z materiału gradientowego analizowano oddziaływanie mało widocznej niesymetryczności ścieżki wywołanej istnieniem macierzy sprzężeń na pokrytyczne ścieżki dla rzeczywistych powłok. Wpływ jest mało zauważalny, ale istotny ze względu na obciążenia bifurkacyjne.

Literatura

- [1] Huang H., Han Q. *Buckling of imperfect functionally graded cylindrical shells under axial compression*. European Journal of Mechanics A/Solids, 2008, 27, 6, 1026-1036.
- [2] Huang H., Han Q. *Nonlinear elastic buckling and postbuckling of axially compressed functionally graded cylindrical shells*. Int. J. Mech. Sci., 2009, 51, 500-507.
- [3] Sarathchandra D.T., Kanmani Subbu S., Venkaiah N. *Modeling and analysis of functionally graded cylindrical shell*. Materials Today: Proceedings, 2018, 5, 2, 8587-8595.
- [4] Sun J., Xu X., Lim C.W., Qiao W. *Accurate buckling analysis for shear deformable FGM cylindrical shells under axial compression and thermal loads*. Composite Structures, 2015, 123, 246-256.
- [5] Caliri Jr. M.F., Ferreira A.J.M., Tita V. *A review on plate and shell theories for laminated and sandwich structures highlighting the Finite Element Method*. Composite Structures, 2016, 156, 63-77.
- [6] Garg A., Belarbi M-O., Chalak H.D., Chakrabarti A. *A review of the analysis of sandwich FGM structures*. Composite Structures, 2021, 258, 113427.
- [7] Lykhachova O., Kolakowski Z. *Influence of the transverse inhomogeneity on the nonlinear post-buckling path of compressed FG cylindrical panels*. Engineering Transactions, 65, 4, 2017, 563-578.
- [8] Kołakowski Z., Mania R.J., Grudziecki J. *Local nonsymmetrical postbuckling equilibrium path of the thin FGM plate*. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability, 2015, 17, 1, 135-142.