

XVI Konferencja Naukowo-Techniczna

TKI2022

TECHNIKI KOMPUTEROWE W INŻYNIERII

18–21 października 2022

Wytrzymałość zginanej belki sandwiczowej z utwierdzonymi końcami

Joanna Kustos, Krzysztof Magnucki, Damian Goliwąg

Sieć Badawcza Łukasiewicz – Poznański Instytut Technologiczny, Centrum Pojazdów Szynowych
 email: joanna.kustos@pit.lukasiewicz.gov.pl, krzysztof.magnucki@pit.lukasiewicz.gov.pl, damian.goliwas@pit.lukasiewicz.gov.pl

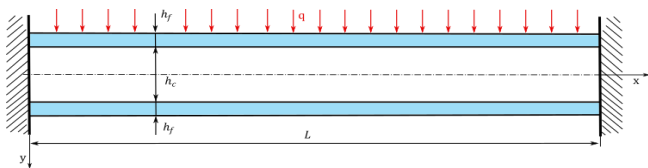
STRESZCZENIE: Przedmiotem pracy jest belka sandwiczowa o strukturze symetrycznej z utwierdzonymi końcami obciążona równomiernie na całej długości. Układ dwóch równań równowagi, sformułowany z uwzględnieniem literatury, rozwiązano analitycznie. Wyznaczono funkcję efektu ścinania oraz maksymalne ugięcie belki. Szczegółowo opisano stan naprężenia występujący na końcu belki przy utwierdzeniu. Wskazano na istotny wpływ efektu ścinania na naprężenia normalne w warstwach zewnętrznych belki w pobliżu utwierdzenia. Wykonano przykładowe obliczenia dla przyjętej rodziny belek. Opracowano ponadto model numeryczny MES belki i wykonano obliczenia dla przyjętej rodziny belek. Przeprowadzono analizę porównawczą otrzymanych wyników.

SŁOWA KLUCZOWE: belka sandwiczowa, podparcia-utwierdzenia, efekt ścinania, naprężenia

1. Wprowadzenie

Konstrukcje sandwiczowe, z uwagi na ich właściwości, stosowane są w wielu konstrukcjach, np. samolotach, taborze kolejowym, okrętach [1]. Teoria konstrukcji jest podstawą ich doskonalenia. Intensywne prace dotyczące teorii konstrukcji sandwiczowych zapoczątkowane w XX wieku są prowadzone współcześnie i publikowane w licznych artykułach, np. [2-6].

Przedmiotem pracy jest klasyczna belka sandwiczowa o długości L z utwierdzonymi końcami poddana działaniu równomiernie rozłożonego obciążenia o intensywności q (rys. 1).

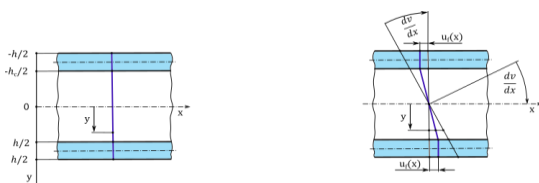


Rys. 1. Schemat belki sandwiczowej

Przekrój poprzeczny belki jest prostokątem o wysokości h i szerokości b . Grubości warstw zewnętrznych wynoszą h_f , natomiast rdzenia h_c , zatem, $h=2h_f+h_c$.

2. Modelowanie analityczne

Płaski przekrój poprzeczny belki sandwiczowej po jej ugięciu ulega deformacji. Schemat tej deformacji zgodnie z teorią „linii łamanej” przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. Schemat deformacji przekroju poprzecznego belki

Na postawie tego schematu zapisano przemieszczenia, odkształcenia i naprężenia, które w kolejnych warstwach są postaci:

- warstwa górna $-1/2 \leq \eta \leq -\chi_c/2$

$$\sigma_x^{(g)} = -E_f h \left(\eta \frac{d^2 v}{dx^2} + \frac{d\psi_f}{dx} \right), \quad \tau_{xy}^{(g)} = 0 \quad (1)$$

- rdzeń $-\chi_c/2 \leq \eta \leq \chi_c/2$

$$\sigma_x^{(c)} = -E_c h \eta \left(\frac{d^2 v}{dx^2} - \frac{2}{\chi_c} \frac{d\psi_f}{dx} \right) \quad (2)$$

$$\tau_{xy}^{(c)} = \frac{E_c}{(1+\nu_c)\chi_c} \psi_f(x) \quad (3)$$

- warstwa dolna $\chi_c/2 \leq \eta \leq 1/2$

$$\sigma_x^{(d)} = -E_f h \left(\eta \frac{d^2 v}{dx^2} - \frac{d\psi_f}{dx} \right), \quad \tau_{xy}^{(d)} = 0 \quad (4)$$

gdzie: E_f , E_c , ν_c – stałe materiałowe, $v(x)$ – ugięcie, $\psi_f(x)=u_f(x)/h$ – funkcja efektu ścinania, $\chi_c=h_c/h$ – względna grubość rdzenia, $\eta=y/h$ – współrzędna bezwymiarowa.

Układ dwóch równań różniczkowych równowagi badanej belki sandwiczowej z uwzględnieniem pracy [7] rozwiązano i wyznaczono funkcję efektu ścinania

$$\psi_f(\xi) = \bar{\psi}_f(\xi) \frac{q\lambda}{E_f b} \quad (5)$$

gdzie: $\lambda=L/h$, $\xi=x/L$, $C_{\nu\psi}$, $C_{\nu\nu}$, C_ψ – współczynniki, oraz

$$\bar{\psi}_f(\xi) = 6 \left\{ 1 - 2\xi - \frac{\sinh[\alpha\lambda(0.5-\xi)]}{\sinh(0.5\alpha\lambda)} \right\} \frac{C_{\nu\psi}}{C_{\nu\nu}C_\psi} \quad (6)$$

a także maksymalne naprężenia normalne w jej górnej warstwie (1) przy utwierdzeniu

$$\sigma_{x,\max}^{(g)} = (1 + C_s) \frac{\lambda^2 q}{2C_{vp} b} \quad (7)$$

gdzie

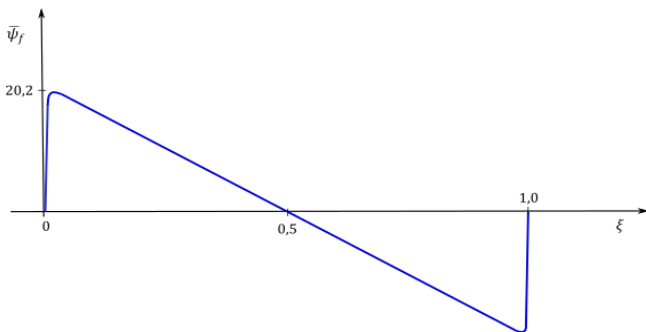
$$C_s = \frac{24}{\lambda^2} \left(\frac{C_{vp}}{2C_{vp}} - 1 \right) \left[\frac{\alpha \lambda}{2 \tanh(0.5 \alpha \lambda)} - 1 \right] \frac{C_{vp}}{C_{vp}} \quad (8)$$

Szczegółowe obliczenia wykonano dla przykładowej belki o następujących danych: $\chi_c=17/20$, $\nu_c=0,3$, $\lambda=30$, $q/b=1/10$ MPa. Wyniki obliczeń zestawiono w tab. 1.

Tabela 1. Wartości współczynnika (8) i naprężeń (7)

E_c/E_f	1/20	1/35	1/50
C_s	0,4191	0,5410	0,6405
$\sigma_{x,\max}^{(g)}$ [MPa]	153,3	171,9	185,4

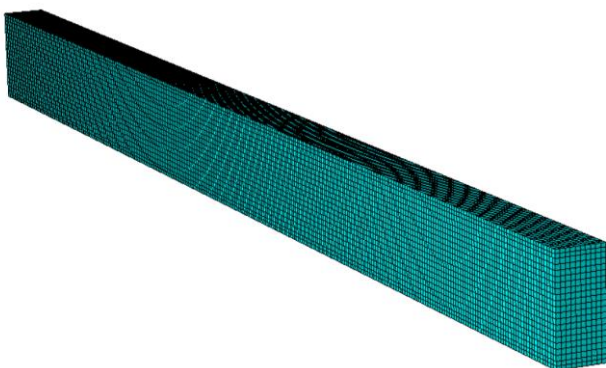
Wykres funkcji efektu ścinania (6) dla belki o przyjętej wartości $E_c/E_f=1/35$ pokazano na rys. 3.



Rys. 3. Wykres funkcji efektu ścinania (6)

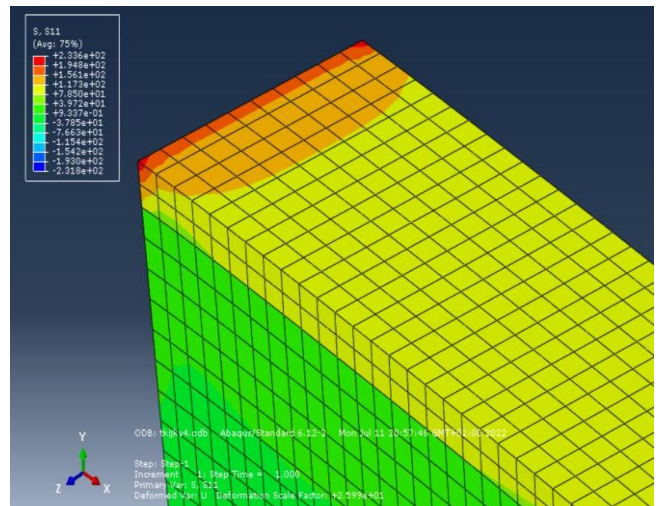
3. Modelowanie numeryczne MES

Model numeryczny badanej belki sandwichowej opracowano w systemie ABAQUS 6.12 z zastosowaniem 63 tysięcy sześciokątnych, liniowych elementów skończonych (rys. 4).



Rys. 4. Model numeryczny MES przykładowej belki

Rozkład naprężeń normalnych w wybranej części belki w pobliżu utwierdzenia pokazano na rys. 5.



Rys. 5. Rozkład naprężeń normalnych – MES

Wartości maksymalnych naprężeń normalnych w jej górnej warstwie przy utwierdzeniu wyznaczone MES zestawiono w tab. 2.

Tabela 2. Wartości naprężeń normalnych – MES

E_c/E_f	1/20	1/35	1/50
$\sigma_{x,\max}^{(g)}$ [MPa]	151,9	164,0	182,8

Porównując wartości naprężeń obliczone dwiema metodami (tab. 1 i tab. 2) łatwo zauważyć, że największa różnica jest mniejsza od 5%.

4. Podsumowanie

Przeprowadzone badania analityczne i numeryczne przedmiotowej belki sandwichowej z utwierdzonymi końcami, pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

- 1) udział efektu ścinania w badanych belkach sandwichowych wynosi od 40% do 64%,
- 2) różnica wartości naprężeń uzyskanych z badań analitycznych i numerycznych jest mniejsza niż 5%.

Literatura

- [1] Kozak J., *Stalowe panele sandwich w konstrukcjach okrętowych*, Wyd. Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2018.
- [2] Icardi U., *Applications of Zig-Zag theories to sandwich beams*, Mechanics of Advanced Materials and Structures, Vol. 10, No. 1, pp. 77-97, 2003.
- [3] Carrera E., Brischetto S., *A survey with numerical assessment of classical and refined theories for the analysis of sandwich plates*, Applied Mechanics Reviews, Vol. 62, No. 01080-1-17, 2009.
- [4] Birman V., Kardomateas G.A., *Review of current trends in research and applications of sandwich structures*, Composites Part B, Vol. 142, pp. 221-240, 2018.
- [5] Hao W. i in. *Theoretical prediction for large deflection with local indentation of sandwich beam under quasi-static lateral loading*, Composite Structures, Vol. 192 pp. 206-216, 2018.
- [6] Magnucki K., *Bending of symmetrically sandwich beams and I-beams – Analytical study*, International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 150, pp. 411-419, 2019.
- [7] Magnucki K. i in. *Three models of a sandwich beam: Bending, buckling and free vibration*, Engineering Transactions, Vol. 70, Online First March 31, 2022.